

1. Em casais que têm 3 filhos, considere a experiência estatística em que se regista o sexo de cada um dos 3 filhos por ordem crescente de idades. Estamos interessados no número de rapazes.
 - 1.1 Defina uma variável aleatória (v.a.) apropriada e calcule a sua função de probabilidade.
 - 1.2 Calcule $P(X \geq 1)$, $P(X \leq 0)$ e $P(X \geq 0)$.
 - 1.3 Calcule $P(X < 2 | X \geq 1)$.
 - 1.4 Calcule $E(X)$ e $V(X)$.

2. O Luís joga o seguinte jogo: escolhe, ao acaso, um número de 1 a 6 e em seguida lança 3 vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Se o número escolhido pelo Luís sai x vezes (num total de 3 lançamentos) ele ganha x euros. Em contrapartida, se o número escolhido pelo Luís nunca ocorre então ele perde 5 euros. Determine o ganho médio do Luís ao jogar este jogo.

3. Um satélite contém 4 componentes e pode operar adequadamente se pelo menos 2 delas estiverem em funcionamento. Se cada componente estiver em funcionamento com probabilidade 0.6 e for independente das outras, qual a probabilidade de o satélite funcionar?

4. Num dado posto de vendas apurou-se que a procura de um certo artigo é uma variável aleatória de Poisson de valor médio igual a 5 unidades diárias. Qual a probabilidade de num dia a procura ser de:
 - 4.1 superior a 5 unidades;
 - 4.2 nula.

5. Suponhamos que os clientes entram num armazém à média de 60 por hora. Usando adequadamente a distribuição de Poisson determine:
- 5.1 a probabilidade de que num intervalo de 5 minutos não entre ninguém no armazém;
 - 5.2 o intervalo de tempo tal que a probabilidade de que não entre ninguém no armazém durante o dito intervalo seja de 0.5.
6. Suponhamos que os defeitos em fios para tear possam ser aproximados por um processo de Poisson com média de 0,2 defeitos por metro. Inspeccionando-se pedaços de fio de 6 metros de comprimento, determine a probabilidade de se encontrarem menos de 2 defeitos.
7. Seja X uma v.a. com distribuição normal de valor médio 5 e desvio padrão 4. Determine valores de x que verificam as seguintes probabilidades:
- 7.1 $P(X > x) = 0.5$;
 - 7.2 $P(X > x) = 0.95$;
 - 7.3 $P(x < X < 9) = 0.2007$;
 - 7.4 $P(-3 < X < x) = 0.95$;
8. Assuma que a corrente elétrica medida num fio de cobre tem distribuição normal de valor médio 10 mA e variância 4 mA².
- 8.1 Calcule a probabilidade da corrente elétrica medida exceder os 13 mA.
 - 8.2 Qual é a probabilidade de a corrente elétrica medida estar entre os 9 e os 11 mA?
 - 8.3 Determine o valor para o qual a probabilidade de a corrente estar a baixo desse valor é de 0.98.

9. Suponha que a duração de vida (em horas) de dois dispositivos eletrônicos, X_1 e X_2 , têm distribuições $N(40, 6^2)$ e $N(45, 3^2)$, respetivamente.

9.1 Calcule a probabilidade de cada um dos dispositivos falhar antes das 45 horas. Qual dos dois dispositivos deve ser preferido?

9.2 Se necessitar de um dos dispositivos durante um período de 48 horas, qual escolhe?

10. Um combustível para foguetes deve conter uma certa percentagem, X , de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30 e 35%. O fabricante do referido combustível obterá, por cada litro, um lucro líquido de 100 u.m. (unidades monetárias) se $30 < X < 35$, de 50 u.m. se $35 < X < 40$ ou $25 < X < 30$ e um prejuízo de 100 u.m. para quaisquer outros valores de X . Supondo que X é uma v.a. com distribuição $N(33, 32)$, calcule o lucro líquido esperado por cada litro de combustível.

11. Admite-se que 75% da população de determinada cidade é favorável ao plano A. Qual a probabilidade de numa amostra de 200 pessoas se encontrarem:

11.1 a) no máximo 150 pessoas favoráveis ao plano;

11.2 b) mais de 140 pessoas favoráveis ao plano;

11.3 c) 150 pessoas favoráveis ao plano.

12. O número de erros ortografia que um aluno dá por página, numa prova escrita de Estatística, segue uma distribuição de Poisson com taxa média de 1.5 erros.

12.1 Se um aluno escreveu quatro páginas, qual a probabilidade de ter cometido mais de 8 erros?

12.2 Escolhidos ao acaso cinco provas de quatro páginas, qual a probabilidade de apenas uma delas não ter erros de ortografia?

13. . Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de média 100 e variância 225, que representa o resultado obtido por uma pessoa num teste psicotécnico.

13.1 Qual a percentagem de pessoas com resultado entre 80 e 115?

13.2 Sabendo que o resultado foi superior à mediana, qual a probabilidade de ser inferior a 115?

13.3 Seleccionadas 20 pessoas ao acaso, qual a probabilidade de que pelo menos metade tenha nota superior ao 3º quartil?

14. Um posto de transformação permite uma carga total de 2800 KW. Sabe-se que esse posto de transformação alimenta uma fábrica com consumo permanente de 2540 KW e além disso o mesmo posto de transformação alimenta 100 consumidores domésticos gastando cada um, em média, 2 KW com desvio padrão de 0.5 KW para electrodomésticos e 0.5 KW, em média, com desvio padrão de 0.25 KW para iluminação. Determine a probabilidade do transformador disparar por excesso de carga admitindo que os vários tipos de consumos domésticos são independentes e normalmente distribuídos.

15. Num dia de trabalho o Sr. Osório tem de executar várias tarefas de 2 tipos: T1 e T2. O tempo que o Sr. Osório demora a executar uma destas tarefas segue uma distribuição normal. Uma tarefa tipo T1 leva em média 15 minutos a ser executada com um desvio padrão de 3 minutos. Sabe-se que 50% das tarefas tipo T2 entregues ao Sr. Osório demoram mais de 20 minutos a ser executadas e que 5% demoram menos de 13.42 minutos. Admita que o tempo necessário à execução de uma tarefa não tem influência nos tempos de execução de outras tarefas.

15.1 Calcule o valor médio e o desvio padrão do tempo que o Sr. Osório demora a executar uma tarefa T2.

15.2 Suponha que o Sr Osório tem 50 tarefas T1 e 35 tarefas T2 para executar. Sabendo que trabalha 8 horas por dia, calcule a probabilidade de ele demorar mais de 3 dias a terminar todas as tarefas.

15.3 O patrão do Sr. Osório dá-lhe 1 ponto de bónus por cada tarefa T1 que ele executar em menos de 13 minutos. Ao fim do mês o Sr. Osório recebe 80 000 u.m. mais 100 u.m. por cada ponto de bónus. Suponha que por mês o Sr. Osório tem de executar 400 tarefas T1.

i) Calcule a probabilidade de o Sr. Osório acumular num mês pelo menos 100 pontos.

ii) Calcule o salário esperado do Sr. Osório.

16. A distribuição de pesos da população de estudantes de uma certa Universidade tem valor médio de 70 Kg e desvio padrão de 4 Kg. Se se toma uma amostra de 100 estudantes qual é a probabilidade de que:

16.1 o peso total deles não exceda 6980 Kg?

16.2 o peso médio deles exceda 71 Kg ?

17. Sabe-se que gasto de cimento numa obra em determinada fase, por dia, é em média 50Kg com um desvio padrão de 10 Kg. Considere que ao fim de 40 dias a obra ainda se encontra na mesma fase de construção e que o gasto em cimento é independente de dia para dia.

17.1 Qual é a probabilidade de no período de 40 dias, se gastar, em cimento, uma média diária entre 45 a 50 Kg?

17.2 Qual é a probabilidade de na totalidade dos 40 dias o gasto em cimento exceder os 2100Kg?