departamento de matemática

Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu

PROBABILIDADES

Ficha nº 2

1. Para cada uma das seguintes situações diga qual a definição de probabilidade que está a ser usada.

1.1 Um jogador passa 3 dias num casino a observar uma roleta e a registar o número de vezes que a bola cai em cada "casa" da roleta. No 4º dia o jogador volta ao casino, desta vez para jogar, e aposta sempre no número 20.

1.2 Em determinado país o bilhete da lotaria nacional tem um número de 6 algarismos. Quem tiver o bilhete com o número premiado ganha 100 000 Euros. Um jogador compra um bilhete cujo número representa o mês, o dia e o ano do seu nascimento.

1.3 Suponha que está num banco no final de uma grande fila e repara que um dos 5 empregados que estão a atender é muito simpático. Apercebe-se imediatamente que a probabilidade de ser atendido por esse empregado é 0.2.

2. O ficheiro dados_alunos_CursoProf.sav contém informação sobre os alunos de um curso profissional de uma determinada escola. Suponha que é escolhido ao acaso um aluno para representar a escola numa reunião inter-escolas.

2.1 Complete a informação em falta (células com …)

género * cor dos olhos Crosstabulation

			cor dos olhos			
			castanho	azul	verde	Total
género	Masculino	Count	…	10	6	40
		% within género	…	25,0%	15,0%	…%
	Feminino	Count	11	5	4	20
		% within género	55,0%	25,0%	20,0%	100,0%
Total		Count	35	15	10	60
		% within género	58,3%	25,0%	16,7%	100,0%

2.2 Qual a probabilidade do aluno escolhido ser do género Feminino?

2.3 Qual a probabilidade do aluno escolhido ter olhos azuis?

2.4 Verifique se os acontecimentos considerados nas duas questões anteriores são independentes.

2.5 Sabendo que o aluno escolhido é do género feminino, qual é a probabilidade de ele ter olhos azuis? Relacione a sua resposta com a da questão anterior.

2.6 Admita que, em vez de um, serão seleccionados 2 alunos para representar o curso:

a) Qual a probabilidade de a escola ser representada por ambos os géneros?

b) Suponha que serão duas meninas a representar o curso, qual é a probabilidade de ambas terem olhos azuis?

3. Seja A o acontecimento *o estudante fica em casa para estudar no sábado antes do exame de estatística* e B o acontecimento *o estudante vai ao cinema*, sendo P(A) = 0.64 e P(B) = 0.21, determine as seguinte probabilidades:

3.1) $P(\overline{A})$ 3.1) $P(A \cap B)$ 3.3) $P(A \cup B)$

4. Numa determinada localidade 60% dos utilizadores da Internet nos seus computadores pessoais fazem-no através da ligação à empresa A, enquanto que os restantes são clientes da empresa B. Após um estudo de opinião de mercado concluiu-se que 70% dos utilizadores estão satisfeitos com o serviço. Dos clientes da empresa A, 80% afirmaram estarem satisfeitos com o seu serviço.

4.1 Dos clientes da empresa B, qual a percentagem dos que estão satisfeitos com o serviço?

4.2 Nos utilizadores satisfeitos com o serviço, calcule a percentagem dos que são clientes da empresa A.

4.3 Determine a percentagem de utilizadores que são clientes da empresa A e que estão satisfeitos com o serviço.

5. O quadro seguinte refere-se à situação de desemprego dos habitantes (adultos) de uma comunidade e está organizado em função do sexo.

	Nº de empregados	**Nº de desempregados**	
Homens	940	110	1050
Mulheres	860	90	950
	1800	200	2000

5.1 Selecciona-se, ao acaso, um dos habitantes.

(i) Qual a probabilidade de ser mulher?

(ii) Qual a probabilidade de estar desempregado?

(iii) Qual a probabilidade de ser mulher e desempregada?

5.2 Selecciona-se, ao acaso, um dos habitantes e verifica-se que é mulher. Qual a probabilidade de estar desempregada?

5.3 Selecciona-se, ao acaso, um dos habitantes e verifica-se que é desempregado. Qual a probabilidade de ser mulher?

6. Uma urna contém 10 bolas das quais 6 são brancas e 4 verdes. Fazem-se 2 extracções sucessivas sem reposição.

6.1 Diga qual a probabilidade de sair bola verde na segunda extracção sabendo que na 1ª extracção saiu bola branca.

6.2 Diga qual a probabilidade de sair bola branca na 1ª extracção e bola verde na segunda.

6.3 Diga qual a probabilidade de sair bola verde na 2ª extracção.

6.4 Diga qual a probabilidade de sair bola branca na 1ª extracção.

6.5 Calcule as probabilidades referidas nas alíneas anteriores supondo agora que as bolas foram sucessivamente extraídas com reposição.

6.6 Que pode dizer relativamente à independência dos acontecimentos: “extracção de bola branca na 1ª tiragem” e “extracção de bola verde na 2ª tiragem”, nas situações de extracção com reposição e sem reposição?

7. Suponha que 5% da população portuguesa sofre de hipertensão e que de entre estes, 75% ingerem bebidas alcoólicas. De entre os que não são hipertensos 50% ingerem bebidas alcoólicas.

7.1 Qual a percentagem de pessoas que bebem álcool?

7.2 Qual a percentagem de pessoas que bebendo álcool sofrem de hipertensão?

8. Na tabela seguinte encontram-se os dados referentes à região de origem e ao motivo que levaram 7774 indivíduos a passar pelo menos uma noite fora da sua residência habitual.

Count

		Motivo da viagem			
		Lazer, recreio, férias	Visita a familiares	Profissionais ou negócios	Total
Região de origem	Norte	287	474	65	826
	Centro	1747	78	3	1828
	Lisboa	939	175	356	1470
	Alentejo	705	35	279	1019
	Algarve	1617	915	99	2631
Total		5295	1677	802	7774

8.1 Indique a probabilidade de um indivíduo, escolhido aleatoriamente, tenha passado uma noite fora devido a razões profissionais ou negócios.________________

8.2 Indique a probabilidade de um indivíduo, escolhido aleatoriamente, que tenha passado uma noite fora seja do Algarve.________________

8.3 Indique, justificando, se os acontecimentos anteriores são independentes.

8.4 Sabendo que um indivíduo viajou para visitar familiares qual a probabilidade de que a zona de origem seja de Lisboa.

8.5 Qual a probabilidade de um individuo escolhido ao acaso tenha viajado em férias ou para visitar familiares?

9. Em casais que têm 3 filhos, considere a experiência estatística em que se regista o sexo de cada um dos 3 filhos por ordem crescente de idades. Estamos interessados no número de rapazes.

9.1 Defina uma variável aleatória (v.a.) apropriada e calcule a sua função de probabilidade.

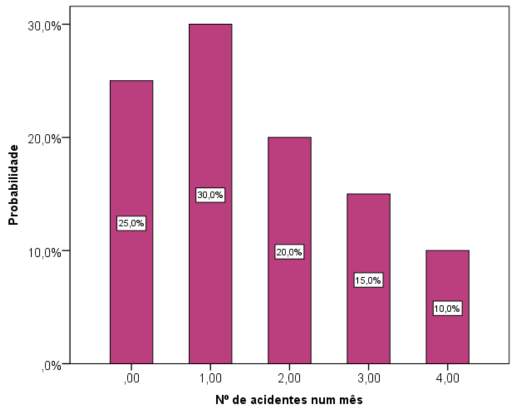
9.2 Calcule $P(X\geq 1)$, $P(X<0)$, $P(X\leq 0)$ e $P(X\geq 0)$.

9.3 Calcule $P(X<2 | X>1)$.

9.4 Calcule a função de distribuição.

9.5 Calcule $E(X)$ e $V(X)$.

10. Apesar de todas as medidas de segurança, continua a haver acidentes na fábrica da "TêxteisCor S.A.". Seja X o número de acidentes que ocorrem num mês nesta fábrica. A função de probabilidade de X é representada por:



10.1 Complete a tabela seguinte, onde se define a função de probabilidade da variável aleatória em causa.

x	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.25	**k**	**l**	0.15	0.1

10.2 Verifique que o nº esperado de acidentes num mês é 1.55.

10.3 Determine a função de distribuição de X.

10.4 Calcule a variância de X.

10.5 Usando a função de probabilidade e também a função de distribuição, determine a probabilidade de que, num mês:

a) Ocorram pelo menos 2 acidentes;

b) Ocorram exactamente 5 acidentes;

c) Ocorram menos de 3 acidentes;

d) Ocorram mais de 2 e menos de 4 acidentes.

11. A loja de desporto do João vende máquinas de exercícios, bem como outros artigos de desporto. Seja X o número de máquinas de exercício vendidas por dia. A função de probabilidade de X é dada por:

Número de máquinas de exercícios vendidas por dia	4	5	6	7	8	9	10
Probabilidade	0.08	k	0.14	0.19	0.23	0.16	0.09

11.1 Mostre que k = 0.11.

11.2 Calcule a função de distribuição cumulativa (distribuição) de X

11.3 Determine a probabilidade que o número de máquinas de exercícios vendidas num determinado dia seja

a) maior que 8

b) no máximo 6.

12. A variável aleatória X tem função de probabilidade dada por $f(x) = \frac{k}{x}$, para x = 1, 3, 5, 15.

12.1 Calcule o valor de k.

12.2 Calcule a função de distribuição F de X.

12.3 Represente graficamente f e F.

12.4 Calcule P(X=5), P(3<X≤5) e P(X≤5).

12.5 Calcule E(X) e V(X).

13. A variável aleatória X representa o tempo de estudo de um aluno no sábado imediatamente antes de uma prova (medido em horas). A distribuição de X é caracterizada pela seguinte função densidade de probabilidade (f.d.p.),

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0 \\ 1/6 & \text{se} \quad 0 \le x < 2 \\ \frac{1}{6}(x-1) & \text{se} \quad 2 \le x < 4 \\ 0 & \text{se} \quad x \ge 4 \end{cases}.$$

13.1 Mostre que f é, efetivamente, uma f.d.p. .

13.2 Determine P(1<X<2), P(1<X≤3), P(X>3), P(X≥1) e P(X≤4).

13.3 Determine a esperança e a variância de X.

13.4 Sabendo que20 % dos alunos estudam menos de **x** horas no sábado anterior à prova, calcule o valor de **x**.

14. O diretor de compras da empresa “Baratinho”, pretende definir uma política de aquisição de matéria-prima para o próximo ano. As necessidades de matéria-prima por dia (em toneladas) são uma variável contínua com função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/2 & 0 < x < 2 \\ 0 & \textit{outros} \text{ valores} \end{cases}$$

14.1 Represente graficamente a função densidade de probabilidade e verifique que $\int_{-\infty}^{-\infty} f(x)\,dx = 1$.

14.2 Calcule o valor esperado de matéria-prima necessária num dia e também a variância.

14.3 Se se quiser que a probabilidade de rutura da matéria-prima seja igual a 0.02, qual o nível de abastecimento que deve ser assegurado diariamente?

14.4 Suponha que ele resolveu manter um nível de stocks que lhe assegure que a probabilidade de rotura é de 0.02. A administração propôs-lhe dar-lhe um prémio de 10 unidades monetárias (u.m.) por cada dia em que não houvesse rotura, mas cobrar-lhe uma multa de 500 u.m. sempre que tal se verificasse. Acha que é de aceitar? Justifique.

15. Seja T a variável aleatória discreta com a seguinte função de distribuição

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < -2 \\ 1/2 & \text{se} \quad -2 \leq t < 0 \\ 3/4 & \text{se} \quad 0 \leq t < 2 \\ 1 & \text{se} \quad t \geq 2 \end{cases}.$$

15.1 Calcule a função de probabilidade f de T.

15.2 Calcule: P(T=1), P(T≤1), P(T>1), P(T≥2), P(T<2), P(0<T<2), P(0<T≤2) e P(1≤T≤2).

15.3 Determine a esperança e a variância de T.

16. Seja X uma variável aleatória real cuja função densidade de probabilidade é definida por,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+2) & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

16.1 Mostre que f é, efectivamente, uma densidade.

16.2 Calcule a função de distribuição de X.

16.3 Determine o valor de a, com a∈ IR +, que verifica $P(-a < X < a) = \frac{1}{2}$.

16.4 Considere a variável aleatória $Y = \frac{X}{2}$. Calcule V(3Y+5).