INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO

LICENCIATURA EM GESTÕ DE EMPRESAS
FUNDAMENTOS DE ESTATÍSTICA
21 de Dezembro de 2016
Duração da prova: 1h30m

NOME   Nº

NOTE BEM:

1. Nas questões para completar frases, escolha uma das hipóteses que figuram entre parêntesis, quando existirem, e preencha o respetivo espaço.
2. Todos os cálculos devem ser indicados, caso contrária a resposta não será valorizada.

Parte I

O Sr. Silva continua fazer pesquisas sobre o preço por noite em hotéis pois o filho informou-o que pretendia ir Lisboa, em Julho, ver um concerto da sua banda favorita, e que ia aproveitar a ocasião para dar uma volta pela cidade, e passar uma noite em Lisboa. Com os dados que recolhidos produziu o seguinte output no SPSS. Considere que o preço por noite de um hotel em lisboa é bem modelado por uma distribuição normal.

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation
preço hoteis julho	50	135.8200	53.29115

One-Sample Test

	Test Value = 100					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
preço hoteis julho	4.753	49	.000	(A)	-	-

1. Determine o valor de (A).

(A) = $\bar{x}$ - teste value = 135.82 - 100 = 35.82

0.75

2. Indique as hipóteses em teste no quadro anterior.

0.75

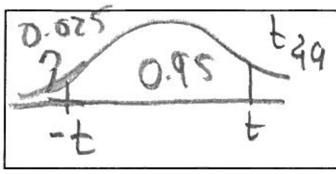
H_0: $\mu = 100$

H_1: $\mu \neq 100$

0.5 **3.** Qual o p-value para o teste de hipóteses indicado na alínea anterior? 0.000

4. Calcule a região crítica para o teste em questão.

1.25



$P(t_{99} \leq t) = 0.975 \Rightarrow t = 2.0096$

$R.C. =]-\infty, -2.0096] \cup [2.0096; +\infty[$

5. Com base no na região crítica, diga qual a decisão a tomar, rejeitar ou não H_0, para um nível de significância de 5%. Que conclusão pode tirar relativamente ao preço por noite de um quarto num hotel em Lisboa.

1 $ET_{obs} = 4.753 \in R.C$ logo rejeito H_0. Ao nível de significância de 5% existe evidência estatística de que o preço médio por noite num hotel de Lx é diferente de 100euro

6. Determine um intervalo a 95% de confiança para o preço médio, por noite, num hotel em Lisboa. Interprete o seu significado.

1.5 $\mu \in]\bar{x} - t\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t\frac{s}{\sqrt{n}}[$ → $n = 50$ e $t = 2.0096$

$\bar{x} = 135.82$, $s = 53.29115$ $[I.C._{0.95}]_{\mu} =]119.85 ; 150.15[$

Com 95% de confiança o preço médio de uma noite num hotel de Lx varia entre os 119.85 e 150.15 euros

Parte II

O Sr. Silva gosta de análise estatística e como tinha preços, por noite, de hotéis em Lisboa e no Algarve resolveu comparar os preços, por noite, em hotéis das duas regiões para verificar se estes eram significativamente diferentes. O Sr. Silva obteve os seguintes outputs em SPSS:

Quadro A Group Statistics

	loc	N	Mean	Std. Deviation
preço hoteis julho	Algarve	103	192.3981	126.14576
	Lisboa	50	135.8200	53.29115

Quadro B Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					
								95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
preço hoteis julho	Equal variances assumed	18.702	.000	3.039	151	.003	56.57806	(A)	93.36817
	Equal variances not assumed			3.892	148.894	.000	56.57806	27.85481	85.30131

NOME N°

No que se segue considere que o preço por noite num hotel nas duas regiões é bem modelado por uma distribuição normal.

1. Quais as hipóteses em teste correspondentes ao valor 18.702 do quadro B?

0.75

H_0: As duas variâncias populacionais são iguais

H_1: As duas variâncias populacionais não são iguais

2. Com base no p-value, diga qual a decisão a tomar, relativamente ao teste da alínea anterior, use α=0.05.

1 $\alpha = 0.05 > p\text{-value} \cong 0.000$ logo rejeito H_0. Ao nível de significância de 5% existe evidência estatística de que as variâncias populacionais não são iguais.

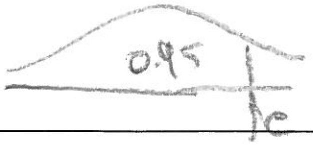
3. Para o teste das hipóteses H_0: $\mu_A = \mu_L$ vs H_1: $\mu_A > \mu_L$ indique:

a) O valor observado da estatística de teste. Justifique o valor em causa

0.75 $ET_{obs} = 3892$, pois as variâncias populacionais são diferentes

b) Calcule a região crítica para o teste em questão. Nota considere 149 graus de liberdade.

1.25



$P(t_{149} \leq t_c) = 0.95 \Leftrightarrow t_c = 1.655$

$R.C. = [1.655, +\infty[$

c) Indique o valor do p-value associado ao teste anterior e conclua, referindo-se em concreto à questão em análise e fundamentando a sua resposta.

1 $\alpha = 0.05 > p\text{-value} \cong 0.000$ logo rejeita-se H_0. Existe evidência estatística q o preço médio por noite num hotel do Algarve é mais elevado q o preço médio por noite num hotel de Lisboa

4. Indique e interprete um intervalo a 95% de confiança para a diferença entre os preços médios, por noite, nos hotéis das duas regiões. Nota considere 149 graus de liberdade.

1.25

$[I.C._{0.95}]_{\mu_A-\mu_L} =]27.85 , 85.301[$. Com 95% de confiança tem-se que $\mu_A > \mu_L$, ou seja o preço médio por noite é mais elevado num hotel do Algarve sendo q a diferença entre os preços médios varia entre 27.85 e 85.301 Euros

5. Calcule o valor (A) do quadro B.

1.5

$$(A) = \bar{X}_A - \bar{X}_L - t\sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2+(n_B-1)S_B^2}{n_A+n_B-2}}\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}$$

$$t_{0.975,151} = 1.976$$

$$(A) = 192.3981 - 135.82 - 1.976\sqrt{\frac{102\times 126.14576^2 + 49\times 53.29115^2}{103+50-2}}\sqrt{\frac{1}{103}+\dots}$$

$$\Leftrightarrow (A) = 19.788$$

Parte III

Um laboratório lançou no mercado um novo medicamento para o tratamento de uma alergia, afirmando que a sua eficácia, num período de 8 horas, é de 90%. A sua aplicação a uma amostra de 200 indivíduos sofrendo de tal alergia revelou-se eficaz em 160 dos casos.

0.75

1. Indique uma estimativa pontual para a taxa de eficácia do medicamento

$\hat{p} = 160/200 = 0.8$

NOME N°

2. Será a afirmação acima consistente com os dados obtidos?

   i) Responda à questão através de um teste de hipóteses. Use α=0.01.

$H_0: p = 0.9$

$H_1: p < 0.9$

est. de teste

$\frac{\hat{p}-\mu}{\sqrt{\frac{\mu(1-\mu)}{n}}} \stackrel{\cdot}{\sim} N(0,1)$

$ET_{obs} = \frac{0.8-0.9}{\sqrt{\frac{0.9(1-0.9)}{200}}} = -4.71$ } $P(Z \leq z) = 0.99 \Leftrightarrow z = 2.326$

1,75

$R.C. =]-\infty; -2.326[$

p-valor $\simeq P(Z \leq -4.71) \simeq 1.24 \times 10^{-6}$

∴ Rejeita H_0. Ao nível de significância de 1% existe evidência estatística de q a eficácia e inferior a 90%

   ii) Indique um intervalo de confiança a 99% para a taxa de eficácia do medicamento. Interprete o intervalo interpretado.

$p \in \left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$ } $P(Z \leq z) = 0.995 \Leftrightarrow z = 2.576$

1,25

$[IC_{0.95}]_p = \left]0.8 - 2.576\sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{200}}; 0.8 + 2.576\sqrt{\frac{0.8\times 0.2}{200}}\right[$

$=]0.72719; 0.87286[$ Com 95% de confiança a tx. de eficácia do medicamento varia entre 72.7% e os 87.28%, ie, inferior a 90%

Parte IV

O comprimento das pecas produzidas por uma máquina é uma variável aleatória normal com valor esperado μ (mm) e variância σ^2 (mm^2). Uma peça é defeituosa se o seu comprimento diferir do valor esperado mais do que σ. Sabe-se que 50% das peças produzidas têm comprimento inferior a 2.5 mm e 47.5% das peças produzidas têm comprimento entre 2.5 mm e 3.42 mm.

1. Calcule os valores de μ e σ.

1.5

$P(X<2.5)=0.5 \Rightarrow \mu = 2.5$

$P(2.5<X<3.42)=0.475$

$\Leftrightarrow P\left(\frac{2.5-2.5}{\sigma}<Z<\frac{3.42-2.5}{\sigma}\right)=0.475$

$\Rightarrow P\left(0<Z<\frac{0.92}{\sigma}\right)=0.475$

$\Leftrightarrow P\left(Z<\frac{0.92}{\sigma}\right)=0.475+0.5$

$\Leftrightarrow P\left(Z<\frac{0.92}{\sigma}\right)=0.975$

$\Leftrightarrow \frac{0.92}{\sigma}=1.96 \Leftrightarrow \sigma = 0.469$

2. Determine a probabilidade de que uma peça seja não defeituosa.

1.5

$P(2.5-\sigma<X<2.5+\sigma)=P\left(\frac{2.5-\sigma-2.5}{\sigma}<Z<\frac{2.5+\sigma-2.5}{\sigma}\right)$

$=P(-1<Z<1)=P(Z<1)-P(Z<-1)=P(Z<1)-1+P(Z<1)$

$=2P(Z<1)-1=2\times 0.8413-1=0.6827$

Nota: Se não resolveu a alínea 1 considere μ= 2.7 e σ=0.5.

Bom Trabalho!