Definição

$(X_1, X_2, ..., X_k)$ é um vector aleatório de dimensão k ou uma variável aleatória k-dimensional se $X_1, X_2, ..., X_k$ forem k variáveis aleatórias definidas sobre o mesmo espaço amostral Ω.

Nota:

Ao longo do semestre iremos trabalhar apenas com o caso bidimensional, isto é, vectores aleatórios de dimensão 2.

A distribuição de probabilidades do vector aleatório (X, Y), pode ser caracterizada pela sua função de distribuição, à qual se dá o nome de função de distribuição (cumulativa) conjunta das variáveis aleatórias X e Y. Esta representa-se por $F_{(X,Y)}(.,.)$ ou por $F_{X,Y}(.,.)$ e é definida por

$$F_{X,Y}(x,y) = P[X \leq x, Y \leq y] = P[(X \leq x) \cap (Y \leq y)], \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

As funções de distribuição F_X e F_Y, de X e de Y, respectivamente, são designadas por funções de distribuição marginais.

Independência de Variáveis Aleatórias

O conceito de variáveis aleatórias independentes X e Y define-se de forma análoga ao conceito de independência de dois eventos A e B.

De forma intuitiva, X e Y são variáveis aleatórias independentes, quando o resultado de X não influenciar o resultado de Y, e vice-versa.

Duas variáveis aleatórias X e Y, com função de distribuição conjunta $F_{X,Y}$ são independentes se e só se

$$F_{X,Y}(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y) \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

onde F_X e F_Y são as funções de distribuição marginais de X e de Y, respectivamente.

Algumas consequências...

Se X e Y são v.a. independentes, então:

- $E(XY) = E(X)E(Y)$
- $Var(aX + bY) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y)$