

1. Os dados da tabela abaixo referem-se às cotações de quatro grupos diferentes de ações. Pretende-se saber se há diferenças reais entre os quatro grupos de ações e caso haja quais os grupos que diferem significativamente.

Observações	Grupos de ações			
	1	2	3	4
1	15,1	15	15,4	16,1
2	15	15,3	15,2	15,5
3	14,9	15,2	16,1	15,8
4	15,7	14,9	15,3	15,3
5	15,4	15,4	15,2	15,7
6	15,1	15,1	15,2	15,7
7	15,3	14,9	14,9	15,2
8	15,2	15,2	14,8	15,8
9	15,8	14,9	14,9	15,1
10	15	14,8	15,3	14,9
11	15,7	14,9	15,4	15,4
12	15,9	15,3	15,2	15
Médias amostrais	15,34	15,08	15,24	15,46
Variâncias amostrais	0,12	0,04	0,11	0,14

- Quais os pressupostos associados à utilização da ANOVA?
- Represente os resultados numa tabela ANOVA.
- Ao nível de significância 0.05, o que pode concluir?

d) Usando o SPSS, obtiveram-se os seguintes resultados:

Tests of Normality							
exerc1_Accões		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
exerc1_Cotações	1	,180	12	,200*	,903	12	,173
	2	,225	12	,094	,908	12	,199
	3	,235	12	,067	,847	12	,034
	4	,160	12	,200*	,965	12	,848

*. This is a lower bound of the true significance.
a. Lilliefors Significance Correction

Tabela 1: Analyse/DescriptiveStatistics/Explore.. Plots/Normality plot with tests

exerc1_Cotações

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1,588	3	44	,206

Tabela 2: Analyse/Compare Means/One-Way ANOVA... Options/Homogeneity of variance test

Qual o interesse da informação constante na tabela 1 e na tabela 2? O que pode concluir? (use $\alpha=0.01$)

e) Considerando que os pressupostos para a aplicação da ANOVA se verificam, recorreu-se ao SPSS obtendo-se os seguintes resultados:

exerc1_Cotações

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	,949	3	,316	3,073	,037
Within Groups	4,530	44	,103		
Total	5,479	47			

Tabela 3: ANOVA Analyse/Compare Means/One-Way ANOVA

Multiple Comparisons

Dependent Variable: exerc1_Cotações
Tukey HSD

(I) exerc1_Accões	(J) exerc1_Accões	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	,26667	,13099	,191	-,0831	,6164
	3	,10000	,13099	,870	-,2498	,4498
	4	-,11667	,13099	,810	-,4664	,2331
2	1	-,26667	,13099	,191	-,6164	,0831
	3	-,16667	,13099	,585	-,5164	,1831
	4	-,38333*	,13099	,027	-,7331	-,0336
3	1	-,10000	,13099	,870	-,4498	,2498
	2	,16667	,13099	,585	-,1831	,5164
	4	-,21667	,13099	,360	-,5664	,1331
4	1	,11667	,13099	,810	-,2331	,4664
	2	,38333*	,13099	,027	,0336	,7331
	3	,21667	,13099	,360	-,1331	,5664

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Tabela 4: Analyse/Compare Means/One-Way ANOVA Post_Hoc.../HSD

O que pode concluir? (use $\alpha=0.05$)

2. Com o objetivo de comparar o preço da habitação em quatro cidades diferentes, selecionaram-se aleatoriamente cinco casas que se encontravam à venda em cada uma das cidades e registaram-se os seus preços (em centenas de euros).

Cidade	Amostra de preços de casas					Médias amostrais	Variâncias amostrais
A	110	160	93	206	171	$\bar{x}_1=148$	$s_1^2=2127.5$
B	72	38	45	108	42	$\bar{x}_2=61$	$s_2^2=870$
C	88	66	112	47	52	$\bar{x}_3=73$	$s_3^2=727.5$
D	57	81	181	165	106	$\bar{x}_4=118$	$s_4^2=2852.5$

- Poder-se-á afirmar que a variância dos preços é igual nas quatro cidades? (Recorra ao SPSS para responder a esta questão e use $\alpha=0.05$)
- Haverá evidência de que as quatro cidades diferem significativamente relativamente ao preço médio da habitação? Se sim diga quais as cidades onde as diferenças são significativas.

3. Uma organização de consumidores quis comparar o preço de um brinquedo particular em 3 tipos de lojas: hipermercados, bazares, e lojas de brinquedos. Selecionaram-se aleatoriamente 4 hipermercados, 6 bazares e 5 lojas de brinquedos e os preços encontrados foram os seguintes:

Hipermercados	Bazares	Lojas de brinquedos
12	15	19
14	18	16
15	14	16
16	18	18
	18	15
	15	

Ao nível de significância de 0.01, diga se há evidência de uma diferença efetiva no preço médio entre os diferentes tipos de lojas indicando, neste caso, quais os preços médios que diferem significativamente (admita que a variância do preço do brinquedo é igual nos 3 tipos de lojas).

4. Um consumidor está interessado em determinar se há diferença real entre os tempos médios de reparo e devolução de um aparelho de TV em 5 oficinas diferentes. Foram recolhidas amostras aleatórias para cada oficina como se indica na tabela abaixo.

Oficina	Tamanho da amostra recolhida	Tempo médio amostral de reparo em dias	Desvio padrão da amostra
1	5	$\bar{x}_1 = 37$	$s_1 = 3$
2	4	$\bar{x}_2 = 40$	$s_2 = 4$
3	5	$\bar{x}_3 = 33$	$s_3 = 3$
4	6	$\bar{x}_4 = 20$	$s_4 = 6$
5	4	$\bar{x}_5 = 45$	$s_5 = 5$

- Poder-se-á concluir que a variância do tempo de reparo é igual nas 5 oficinas? (Recorra ao SPSS para responder a esta questão e use $\alpha=0.025$)
- Há diferenças significativas entre o tempo médio de reparo nas diferentes oficinas? Caso a resposta à pergunta anterior seja afirmativa indique os tempos médios que variam significativamente. (Use $\alpha=0.025$)

5. Doze lotes de terreno são divididos aleatoriamente em 3 grupos (cada grupo composto por 4 lotes) sendo aplicados aos primeiros 2 grupos os fertilizantes A e B respetivamente, enquanto que o 3º grupo é um grupo de controle, C, sem fertilizante. Cada Registou-se a produção da cada lote A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	(a)	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	156	(c)	(f)	
Total	468	(d)		

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
 b) Conclua se os fertilizantes influenciam ou não a produção. Use um nível de significância de 0.025.

6. De um estudo de mercado, cujo objetivo principal era detetar as diferenças de comportamento dos leitores dos 3 semanários (Expresso, Independente e Semanário), recolheram-se amostras aleatórias e independentes relativas ao tempo de leitura (em minutos) de cada leitor:

Expresso: amostra de tamanho $n_1=8$ $\bar{x}_1 = 93$

Independente: amostra de tamanho $n_2=6$ $\bar{x}_2 = 75$

Semanário: amostra de tamanho $n_3=6$ $\bar{x}_3 = 70$

Admita que a variância do tempo de leitura é igual para os 3 grupos de leitores.

A tabela resultante da aplicação da análise de variância é a seguinte:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	graus de liberdade	Variância (soma média de quadrados)	Razão F
Entre grupos	2092.2	(b)	(e)	(g)
Dentro dos grupos	(a)	(c)	(f)	
Total	5210.2	(d)		

- a) Complete a tabela ANOVA preenchendo os espaços assinalados pelas letras de (a) a (g).
 b) Conclua se, nas populações de onde se retiraram estas amostras (leitores do Expresso, do Independente e do Semanário), os tempos médios de leitura de jornal são idênticos. Se não, diga quais diferem significativamente? (Use $\alpha=0.05$)

Soluções da ficha n.º 6

2. Não se pode rejeitar a hipótese de igualdade de variâncias de preços nas quatro cidades (teste de Levene).

$s_p^2 = 1644.375$ e $s_b^2 = 8130$, R.C.=[3.24, $+\infty$], $F_{obs} = 4.944$, rejeita-se H_0 . **Teste HSD de Tukey:** rejeita-se a hipótese $H_0: \mu_1 = \mu_2$.

Tabela Anova

Fonte de variação	Soma dos quadrados	g.l.	Variância	Razão F
Entre grupos	24390	3	10	
Dentro grupos	26310	16	1644.375	4.944
Total	50700	19		

3. $s_p^2 = 3.074$ e $s_b^2 = 8.0145$, R.C.=[6.93, $+\infty$], $F_{obs} = 2.61$. Não se rejeita H_0 .

Tabela Anova

Fonte de variação	Soma dos quadrados	g.l.	variância	Razão F
Entre grupos	16.0481	2	8.024	
Dentro grupos	36.8834	12	3.0736	2.61
Total	52.9315	14		

4. a) Não rejeito a hipótese da igualdade de variâncias.

b) $s_p^2 = 19.7368$ e $s_b^2 = 463.125$, R.C.=[3.56, $+\infty$], $F_{obs} = 23.465$. Rejeito H_0 . **Teste de Scheffé:** rejeitam-se as hipóteses $H_0: \mu_1 = \mu_4$, $H_0: \mu_2 = \mu_4$, $H_0: \mu_3 = \mu_4$, $H_0: \mu_3 = \mu_5$ e $H_0: \mu_4 = \mu_5$.

5. a) (a)=312; (b)=2; (c)=9; (d)=11; (e)=156; (f)=17.3 e (g)=9.02.

b) $s_p^2 = 17.333$ e $s_b^2 = 156$ R.C.=[5.71, $+\infty$], $F_{obs} = 9$. Rejeito H_0 .

6. a) (a)=3118; (b)=2; (c)=17; (d)=19; (e)=1046.1; (f)=183.41 e (g)=5.7.

b) $s_p^2 = 183.4$ e $s_b^2 = 1046$, R.C.=[3.59, $+\infty$], $F_{obs} = 5.7036$. Rejeito H_0 . **Teste de Scheffé:** rejeito a hipótese $H_0: \mu_1 = \mu_3$.