

Área Científica: Matemática

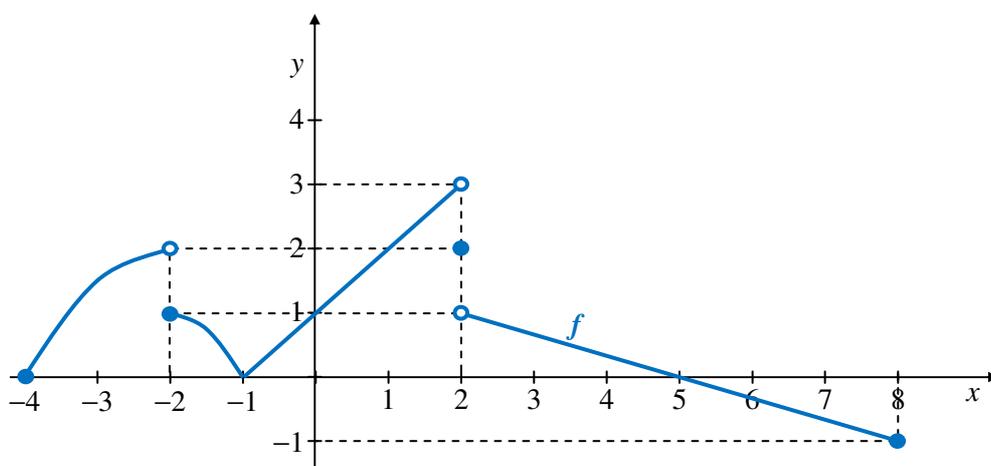
Curso: preparação em Matemática para o acesso ao Ensino Superior dos maiores de 23 anos

Ficha - Exercícios das provas de 2021

GRUPO I

- As questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão é anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Na figura seguinte está representada graficamente a função f .



(a) Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira:

- (A) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ (C) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 2$ (D) $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = -1$

(b) Complete a frase, escolhendo uma das opções, de modo a obter uma afirmação verdadeira:

Podemos afirmar que _____ .“

- (A) $f'(-3) \times f'(3) > 0$ (B) $f''(3) > 0$ (C) $f'(x) = -\frac{1}{3}, x \in]2,8[$ (D) f é injetiva

(c) Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = f\left(-2 + \frac{1}{n}\right)$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $\lim u_n = 2$ (B) $\lim u_n = 1$ (C) $\lim u_n = -2$ (D) $\lim u_n = +\infty$

2. Considere a reta r de equação $y = -kx - 3$.

O valor de $k \in \mathbb{R}$ de modo que a reta de equação $-2y + 3x - 1 = 0$ seja perpendicular à reta r é:

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}$

3. Considere a sucessão $v_n = \frac{-n^2+3}{4}$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) O 1º termo da sucessão é $\frac{3}{4}$.
 (B) A diferença entre o 5º e o 3º termos é -4 .
 (C) Um dos termos da sucessão é $-\frac{9}{4}$.
 (D) Existem dois termos positivos.

GRUPO II

Nas questões seguintes apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Na tabela seguinte foram registados os resultados obtidos num inquérito realizado aos alunos de uma turma do 12º ano sobre se pretendem frequentar o ensino superior.

	M	F
Sim	9	10
Não	6	3

Escolhe-se aleatoriamente um aluno.

- (a) Qual é a fração irredutível que corresponde à probabilidade do aluno escolhido ir frequentar o ensino superior?
 (b) Calcule a probabilidade do aluno escolhido de ser uma rapariga que não vai frequentar o ensino superior. Apresente o resultado em percentagem.

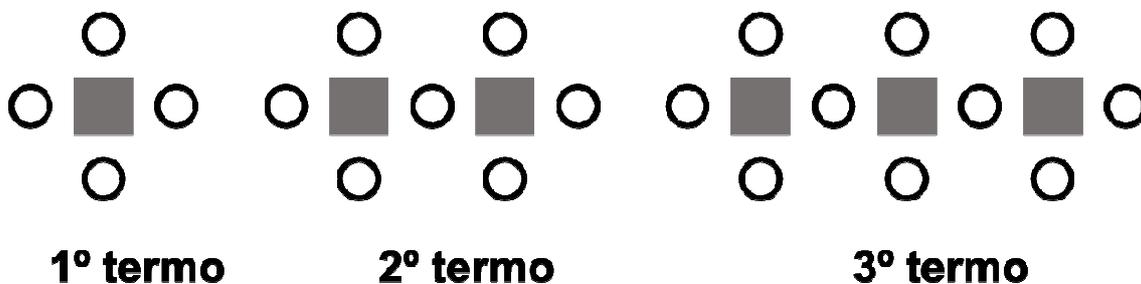
2. Resolva a seguinte equação indicando o conjunto solução.

$$\frac{2x}{4-3x} = 2$$

3. Resolva o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y+8}{8} = 2 \\ 4x + y = 12 \end{cases}$$

4. Na figura seguinte estão representados os primeiros três termos de uma sequência que segue uma determinada regra de formação. Cada quadrado representa uma mesa e cada lado da mesa mede 1 cm. Os círculos representam cadeiras que têm 0.8 cm^2 de área cada uma.



- (a) Diga, justificando, se existe algum termo com 61 cadeiras. Em caso afirmativo, indique a(s) ordem(ns) do(s) termo(s).
 (b) Existe um termo da sequência que tem, ao todo, uma área de 51.8 cm^2 . Quantos mesas e quantas cadeiras tem esse termo? Justifique.

(c) Depois de colocar todas as mesas e cadeiras correspondentes ao 8º termo numa sala inicialmente vazia, qual a probabilidade de se extrair dessa sala, ao acaso, uma mesa? Apresente o resultado na forma de percentagem e com duas casas decimais. Justifique.

5. A zona de pele inflamada pela picada de um inseto cresce em círculos de centro no ponto onde ocorre a picada e após t segundos, a área da pele inflamada, em cm^2 , é dada por:

$$A(t) = 3 - \log_2 \left(\frac{8}{2t + 1} \right)$$

(a) Mostre que $A(t) = \log_2 (2t + 1)$.

(b) Quantos segundos após a picada do inseto a área inflamada é de 600 mm^2 ?

6. Considere as funções f e g , de domínio R , definidas por $f(x) = k(x^2 - 1)$ e

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{f(x)}{x + 1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

(a) Determine o valor real de k de modo que a função g seja contínua em $x = 0$.

(b) Para $k = 1$:

(i) determine os zeros da função f .

(ii) esboce o gráfico de g no intervalo $[-2, 2]$.

7. Considere a função h definida por $h(x) = \sin(3x) + \cos(x)$.

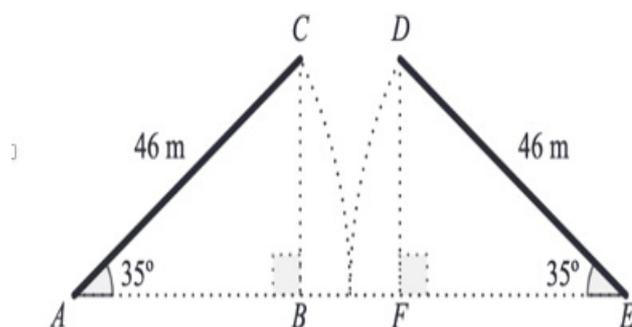
(a) Verifique que $h'(\pi) = -3$.

(b) Determine uma equação da reta normal ao gráfico de h no ponto de abcissa $x = \pi$.

8. No Porto de Leixões, existe uma das maiores pontes basculantes do mundo. No esquema da figura seguinte (à direita), está representada a posição, em relação à horizontal, que as duas secções móveis da ponte tinham num certo instante. Nesse esquema, as secções móveis estão representadas pelos segmentos de reta $[AC]$ e $[ED]$.



Ponte do Porto de Leixões



Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- os triângulos $[ABC]$ e $[EFD]$ são retângulos nos vértices B e F , respetivamente;
- $\overline{AC} = \overline{ED} = 46 \text{ m}$;
- $\widehat{BAC} = \widehat{DEF} = 35^\circ$;
- $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{ED}$.

Considerando o esquema da figura da direita, determine a distância entre os pontos C e D , arredondado às décimas.